Macroeconomía I (MAE)
Profesor: Mauricio Tejada
Segundo Semestre de 2018
Tarea 2

Instrucciones: Este tarea consta de **5 preguntas** y debe ser entregada el día **miércoles 7 de noviembre de 2018** vía email a `matejada@uahurtado.cl` o a Carolina Bermeo. Para obtener crédito tiene que sustentar sus repuestas. Trabajen en grupos de hasta 3 personas. Esta prohibido *copiar y pegar*, dos tareas idénticas recibirán calificación cero.

Problemas

1. Considere la siguiente versión del modelo de crecimiento endógeno. Suponga que las familias son dueñas de los factores capital y trabajo (que arrienda a las empresas) y buscan maximizan la siguiente función de utilidad:

$$U_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$$

sujeto a su restricción de recursos y a la ley de movimiento del capital. Suponga ademas que la función de producción de la firma representativa:

$$Y_t = A \left[L_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + K_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

y que dicha empresas maximiza su beneficio al momento de decidir cuanto capital y cuanto trabajo arrendar. Finalmente, suponga que la población crece a tasa n y que el capital se deprecia a tasa δ.

a) Defina y caracterice el equilibrio competitivo en la economía.

b) Muestre que si $\sigma \leq 1$ no es posible generar crecimiento sostenido en este modelo.

c) Suponga que A es suficientemente grande y que $\sigma \to \infty$. Muestre que bajo estas condiciones el modelo es capaz de generar asíntóticamente crecimiento sostenido. Explique su intuición.

d) Suponga ahora que la función de producción de la firma representativa es:

$$Y_t = A \left[(g_t L_t)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + K_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

donde g_t es el gasto de gobierno. Suponga ademas que dicho gasto se financia con un impuesto a la producción de tal manera que $\tau y_t = g_t$ y que los ingresos después de impuestos para la firma son $(1-\tau)y_t$. Encuentre la tasa de crecimiento del consumo en el equilibrio competitivo. ¿Por qué no es necesario que $\sigma \to \infty$ para generar crecimiento sostenido en este caso?

2. Considere una versión simplificada del modelo de crecimiento de Uzawa-Lucas con capital humano en la cual analizamos una economía sin capital físico y sin crecimiento de la población ni progreso tecnológico. Asuma que un consumidor - productor tiene una unidad de tiempo y la asigna a la producción del bien de consumo c_t y a la acumulación de capital humano h_t. Defina como n_t el tiempo utilizado para la producción del bien de consumo, entonces la tecnología de producción es $c_t = y_t = An_th_t$ con $A > 0$. Adicionalmente, suponga que la acumulación de capital humano está gobernada por la siguiente ecuación $h_{t+1} = B(1 - n_t)h_t + (1 - \delta)h_t$ donde δ es la tasa de depreciación y $B > 0$. Suponga que h_0 (el stock de capital humano inicial) está dado. Finalmente, la función de utilidad es $U_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{c_t^{1-\theta}-1}{1-\theta}\right)$ con $\theta \neq 1$.

   a) Interprete la ecuación de acumulación del capital humano.
   b) Encuentre las condiciones de primer orden del problema de optimización. interpreté cada condición de primer orden.
   c) ¿Este modelo genera crecimiento endógeno? ¿Cuál es la tasa de crecimiento del producto de la economía?

3. Considere el modelo de AK estudiado en clase para analizar el efecto de los impuestos en el crecimiento. Suponga que el gobierno establece dos impuestos, uno sobre la renta τ_Y y otro sobre el trabajo τ_L (de suma fija), y suministra una transferencia de suma fija por la cantidad TR_t. Además compra bienes y servicios por la cantidad g_t. La función de producción es $Y_t = AK_t$. La familia representativa maximiza la función de utilidad:

$$\max_{c_t, k_{t+1}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma}$$

   sujeto a la restricción presupuestaria:

$$C_t + I_t = (1 - \tau_Y)(w_tL + r_tK_t) - \tau_L + TR_t$$

   y la ley de acumulación del capital:

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t$$

   Suponga que el gobierno tira al océano los bienes y servicios que compra (lo que no reporta ninguna utilidad a las familias ni tampoco tiene ningún efecto sobre la función de producción). El resto de los ingresos públicos se dedican a transferencias de suma fija a las familias (TR_t). Finalmente suponga que la población no crece.

   a) Escriba la restricción presupuestaria del gobierno.
   b) Calcule las condiciones de primer orden del problema de las familias.
   c) Haga lo mismo que en b para el caso de las empresas, esto es, encuentre las condiciones de primer orden del problema de maximización de beneficios.
   d) Muestre que en el equilibrio competitivo c_t, k_t y y_t crecen todas a la misma tasa. Encuentre dicha tasa.

e) Consideremos el efecto de un cambio transitorio en los impuestos al ingreso:

$$\begin{aligned}\tau_Y &= \tau_Y^0, \;\; t \neq t^* \\ \tau_Y &= \tau_Y^1, \;\; t = t^*\end{aligned}$$

con $\tau_Y^0 < \tau_Y^1$. ¿Cuál es el efecto sobre la tasa de crecimiento del producto per cápita? ¿Tiene efectos permanentes sobre el producto per cápita el incremento transitorio en los impuestos al ingreso?

f) Consideremos el efecto de un cambio permanente en los impuestos suma fija sobre el trabajo:

$$\begin{aligned}\tau_L &= \tau_L^0, \;\; t < t^* \\ \tau_L &= \tau_L^1, \;\; t \geq t^*\end{aligned}$$

con $\tau_L^0 < \tau_L^1$. ¿Cuál es el efecto sobre la tasa de crecimiento del producto per cápita? ¿Cuál es el efecto sobre el producto per cápita?

4. Considere el modelo de crecimiento neoclásico bajo incertidumbre en el cual se endogeniza tanto las decisiones de consumo como las de trabajo-ocio. Suponga que un consumidor - productor busca maximizar la utilidad esperada a lo largo de su vida eligiendo el patrón óptimo de consumo, capital y trabajo y que la función de utilidad instantánea es $u(c_t, l_t) = \ln(c_t) + B\ln(l_t)$, donde c_t es consumo y l_t es ocio. La tecnología en la economía está descrita por $y_t = e^{a_t} k_t^{\alpha} n_t^{(1-\alpha)}$, donde k_t es capital, n_t es trabajo, y a_t es el shock tecnológico que sigue un proceso AR(1), esto es $a_{t+1} = \rho a_t + \epsilon_{t+1}$. Finalmente las restricciones de recursos y tiempo son $y_t = c_t + i_t$ y $l_t + n_t = 1$ (normalizamos a 1 el tiempo total disponible), respectivamente, y la ecuación de acumulación del stock de capital es $k_{t+1} = i_t + (1-\delta)k_t$ con δ la tasa de depreciación.

   a) Plantee el problema de optimización del consumidor-productor, esto es la función objetivo y todas sus restricciones, y a continuación, usando el principio de optimalidad, escriba el problema en su forma recursiva.

   b) Derive todas las condiciones de primer orden a partir de la forma recursiva del problema. Interprete dichas condiciones.

5. En este ejercicio analizamos el problema intertemporal de la firma. Suponga que una firma maximiza el valor presente de los flujos de caja futuros (descontados a un factor β). Los ingresos por ventas en cada momento del tiempo son $p_t q_t$ donde p_t es el precio y q_t es la producción determinada por la función $g(k_t, n_t) = k_t^{\alpha} n_t^{1-\alpha}$. La firma tiene un capital específico k_t (lo que implica que la firma debe invertir x_t en su propio capital) y se comporta de manera competitiva (esto es, toma precios). La incertidumbre de demanda determina que los precios sean una variable aleatoria. En particular, suponemos que p_t sigue un proceso de Markov con dos estados:

$$\begin{aligned}p_t &\in \{p_H, p_L\} \;\; con \;\; 0 < p_L < p_H \\ P &= \begin{bmatrix} P_{LL} & P_{LH} \\ P_{HL} & P_{HH} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

con $P_{ij} > 0$ para todo i, j. La producción total de la empresa depende de la cantidad usada de capital específico y de trabajo. Finalmente se supone que los salarios son constantes e iguales a w y que el capital se deprecia a tasa δ. El problema de la firma es entonces:

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(p_t q_t - w n_t \right) \right] \\ s.a \quad & q_t + x_t = g(k_t, n_t) = k_t^{\alpha} n_t^{1-\alpha} \\ & k_{t+1} = x_t + (1-\delta) k_t \\ & k_0, p_0 \, dados \end{aligned}$$

donde $\beta \in (0,1)$, $\delta \in (0,1)$, y $\alpha \in (0,1)$.

a) Escriba el problema de optimización de la firma en forma recursiva (esto es, encuentre la ecuación de Bellman). Sea explícito con la definición de variables de estado y de control.

b) Encuentre las condiciones de primer orden caracterizan el óptimo del problema. En la ecuación de Euler se explícito en escribir la expectativa.